



КВАДРАТНЫЕ УРАВНЕНИЯ

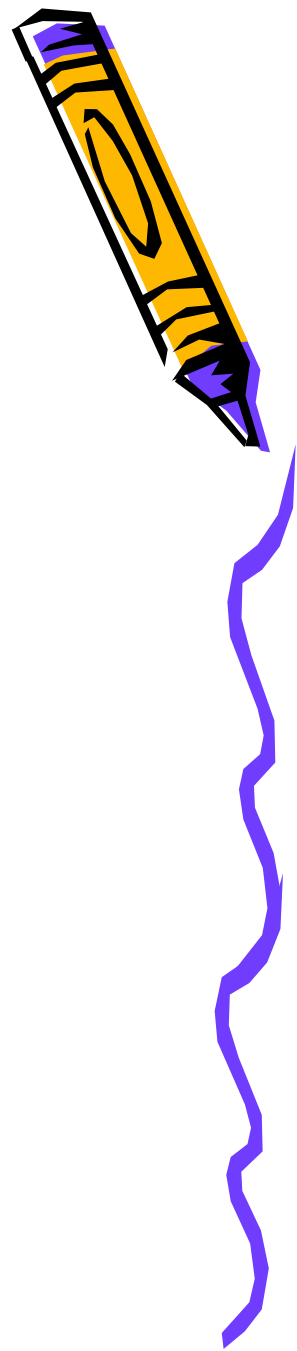
Цели урока:

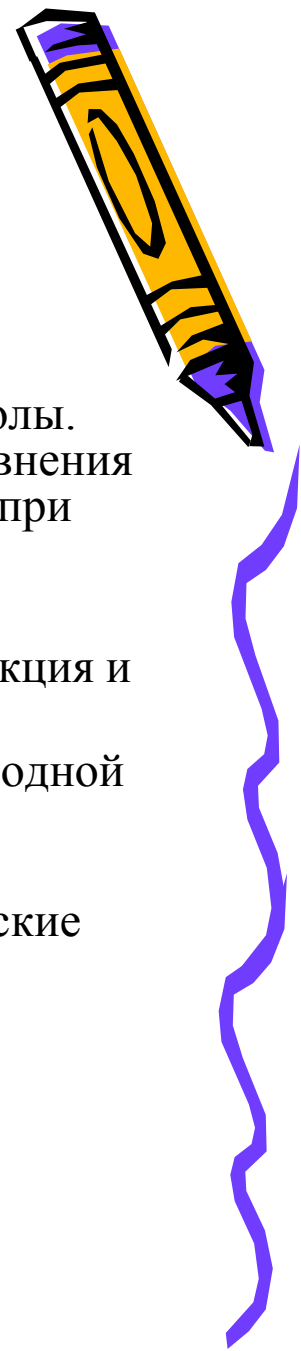
- закрепить знания учащихся, полученные при изучении темы;
- познакомить с историей квадратных уравнений;
- исследовать зависимость между коэффициентами и корнями квадратного уравнения.
- способствовать выработке у школьников желания и потребности обобщения изучаемых фактов, воспитания трудолюбия, математической культуры.



ПЛАН УРОКА

1. Организационный момент.
2. Устные упражнения.
3. Тест (с самопроверкой).
4. Исторические сведения.
5. Решение квадратных уравнений по формуле.
6. Изучение зависимости между коэффициентами и корнями квадратного уравнения.
7. Проверка домашнего задания.
8. Итог урока. Домашнее задание.





Эта тема очень важна для изучения курса математики средней школы. Умение быстро, рационально и правильно решать квадратные уравнения облегчает прохождение многих тем курса математики. Например, при изучении следующих тем:

решение задач на составление квадратных уравнений;

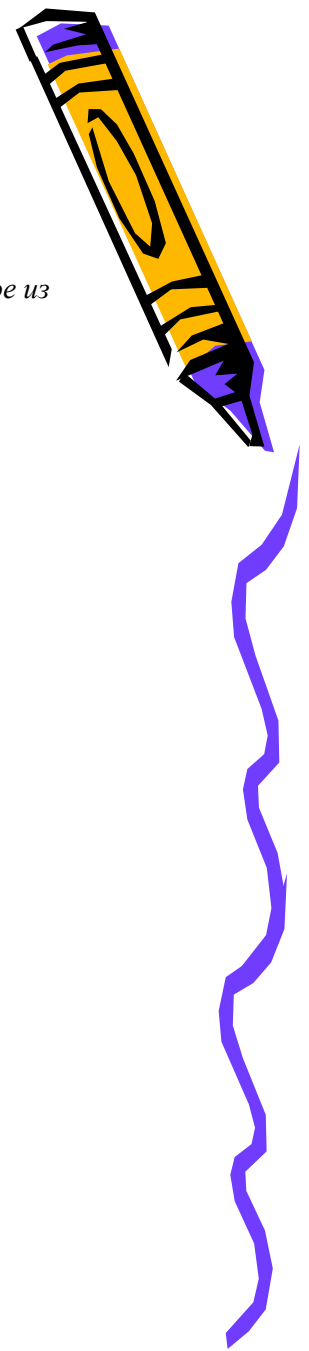
разложение квадратного трехчлена на множители, квадратная функция и её график; неравенства второй степени с одной переменной;

тригонометрические уравнения и неравенства; применение производной к исследованию функции;

интеграл, площадь криволинейной трапеции; иррациональные уравнения; показательные уравнения и неравенства; логарифмические уравнения и неравенства.



УСТНЫЕ УПРАЖНЕНИЯ



1. Укажите коэффициенты в квадратном уравнении:

$$-4x^2 - 9x + 5 = 0.$$

2. Ребята, здесь вы видите уравнения, определенные по какому-то признаку. Как вы думаете, какое из уравнений из этой группы является лишним?

а) $2x^2 - x = 0$;

б) $x^2 - 16 = 0$;

в) $4x^2 + x - 3 = 0$;

г) $2x^2 = 0$;

а) $x^2 - 5x + 1 = 0$;

б) $9x^2 - 6x + 10 = 0$;

в) $x^2 + 3x - 5 = 0$;

г) $x^2 + 2x + 1 = 0$.

3. Укажите правильный ответ при решении уравнения

$$x^2 + 5 = 0$$

а) решения нет;

б) $\sqrt{-5}$;

в) $\sqrt{5}$.

4. Назовите корни квадратного уравнения

$$x^2 - 4x + 4 = 0$$

а) 2; -2;

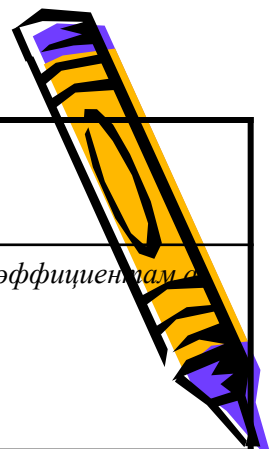
б) 2;

в) 2; 4.

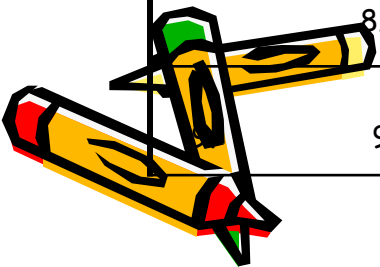
5. Является ли уравнение $(a + 1)x^2 + 3x - 2 = 0$ квадратным относительно x ?



ТЕСТ



<p>1. Какое из уравнений является квадратным?</p> <p>A. $3x^6 - 5x + 2 = 0$ C. $0x^2 - 15x + 1 = 0$ B. $9x + 3x^2 - 10 = 0$ D. $5x^2 + 2,7/x + 1 = 0$</p>	<p>1. Какое из уравнений является квадратным?</p> <p>A. $0x^2 + 5x - 3 = 0$ C. $2x^2 + 7/x + 3 = 0$ B. $3x + x^2 - 10 = 0$ D. $4x^3 - 2x + 5 = 0$</p>
<p>2. Составьте квадратное уравнение по его коэффициентам a, b, c:</p> <p>$a = -2; b = 3,5; c = 0,75$.</p> <p>A. $-2x^2 - 0,75x + 3,5 = 0$ C. $-2x^2 + 3,5x + 0,75 = 0$ B. $3,5x^2 - 2x + 0,75 = 0$ D. $-2x^2 + 3,5x - 0,75 = 0$</p>	<p>2. Составьте квадратное уравнение по его коэффициентам a, b, c:</p> <p>$a = -8; b = 0,5; c = 5,3$.</p> <p>A. $-8x^2 + 5,3 + 0,5 = 0$ C. $0,5x^2 + 8x + 5,3 = 0$ B. $-8x^2 - 0,5x + 5,3 = 0$ D. $-8x^2 + 0,5x + 5,3 = 0$</p>
<p>3. Укажите коэффициенты в квадратном уравнении:</p> <p>$-5x^2 + 3x - 2 = 0$.</p> <p>A. $a = -5, b = 3, c = 2$ C. $a = -5, b = -3, c = -2$ B. $a = -5, b = 3, c = -2$</p>	<p>3. Укажите коэффициенты в квадратном уравнении:</p> <p>$-3x^2 - 5x + 2 = 0$.</p> <p>A. $a = -3, b = 5, c = 2$ C. $a = -3, b = -5, c = 2$ B. $a = -3, b = 5, c = -2$</p>
<p>4. Приведите к виду квадратного уравнения $ax^2 + bx + c = 0$:</p> <p>$-4x - 3x^2 + 5x^2 = 7$</p> <p>A. $2x^2 + 4x + 7 = 0$ C. $2x^2 - 4x - 7 = 0$ B. $-8x^2 - 4x - 7 = 0$</p>	<p>4. Приведите к виду квадратного уравнения $ax^2 + bx + c = 0$:</p> <p>$2x^2 + 3x - 7x^2 = 8$</p> <p>A. $-5x^2 + 3x + 8 = 0$ C. $-5x^2 + 3x - 8 = 0$ B. $-9x^2 + 3x - 8 = 0$</p>
<p>5. Выберите среди уравнений неполные квадратные уравнения:</p> <p>1) $3x^3 = 0$; 2) $x^2 + 4x = 192$; 3) $7x^2 - 3 = 0$; 4) $5y^2 = 10y$; 5) $x^2 = 6$.</p> <p>A. 1, 2, 3 C. 3, 4, 5 B. 2, 3 D. 2, 3, 4, 5</p>	<p>5. Выберите среди уравнений неполные квадратные уравнения:</p> <p>1) $1 - 4y^2 = 0$; 2) $7a - 14 = 0$; 3) $4x - 12 = 3x^2$; 4) $x^2 = 5$; 5) $7a^2 = 14a$.</p> <p>A. 1, 2, 3 C. 1, 3, 4, 5 B. 1, 4, 5 D. 4, 5</p>
<p>6. Сколько корней имеет уравнение: $-5x^2 + 3x = 0$?</p> <p>A. два B. один C. нет корней</p>	<p>6. Сколько корней имеет уравнение: $3x^2 - 7x = 0$?</p> <p>A. два B. один C. нет корней</p>
<p>7. Решите неполное квадратное уравнение: $-x^2 - 5 = 0$</p> <p>A. $-\sqrt{5}$ B. $-\sqrt{5}; \sqrt{5}$ C. $\sqrt{5}$ D. нет корней</p>	<p>7. Решите неполное квадратное уравнение: $x^2 + 6 = 0$</p> <p>A. $-\sqrt{6}$ B. $-\sqrt{6}; \sqrt{6}$ C. $\sqrt{6}$ D. нет корней</p>
<p>8. Решите уравнение: $(y - 6)^2 = 0$</p>	<p>8. Решите уравнение: $(x + 5)^2 = 0$</p>
<p>9. Выделите квадрат двучлена: $x^2 - 4x + 3$</p>	<p>9. Выделите квадрат двучлена: $x^2 - 6x - 7$</p>



САМОПРОВЕРКА

1 ВАРИАНТ

1. B

2. C

3. B

4. C

5. C

6. A

7. D

8. $y-6=0$

$y=6$

9. $x^2-4x+3=(x^2-2\cdot x\cdot 2+2^2)-4+3=(x-2)^2-1$

2 ВАРИАНТ

1. B

2. D

3. C

4. C

5. B

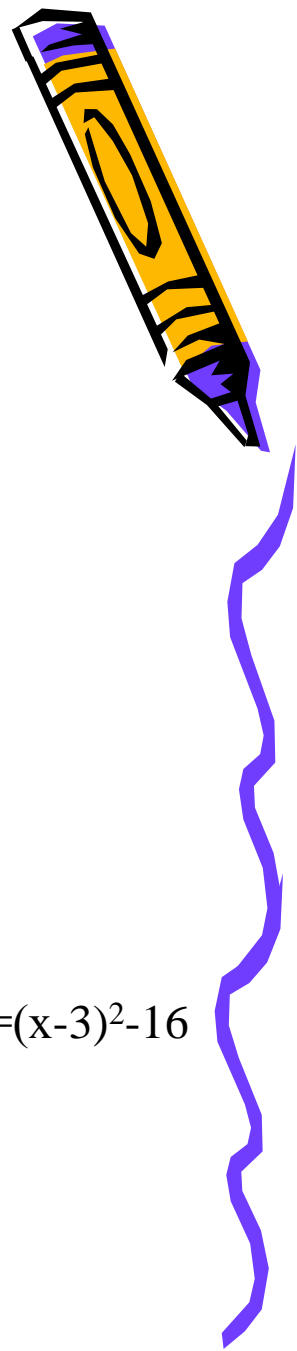
6. A

7. D

8. $x+5=0$

$x=-5$

9. $x^2-6x-7=(x^2-2\cdot x\cdot 3+3^2)-9-7=(x-3)^2-16$



ИЗ ИСТОРИИ

Неполные квадратные уравнения и частные виды полных квадратных уравнений ($x^2 - x = a$) умели решать вавилоняне (примерно 2 тысячи лет до н.э.). Некоторые виды квадратных уравнений могли решать древнегреческие математики, сводя их решения к геометрическим построениям. Приемы решения уравнений без обращения к геометрии даёт Диофант Александрийский (III в.) в книгах «Арифметика», которые до настоящего времени не сохранились. Правило решения квадратных уравнений, приведённых к виду $ax^2 + vx + c = 0$, где $a > 0$, дал индийский ученый Брахмагупта (VII в.). В трактате «Китаб аль-джебр валь-мукабала» хорезмский математик аль-Хорезми разъясняет приёмы решения уравнений вида :

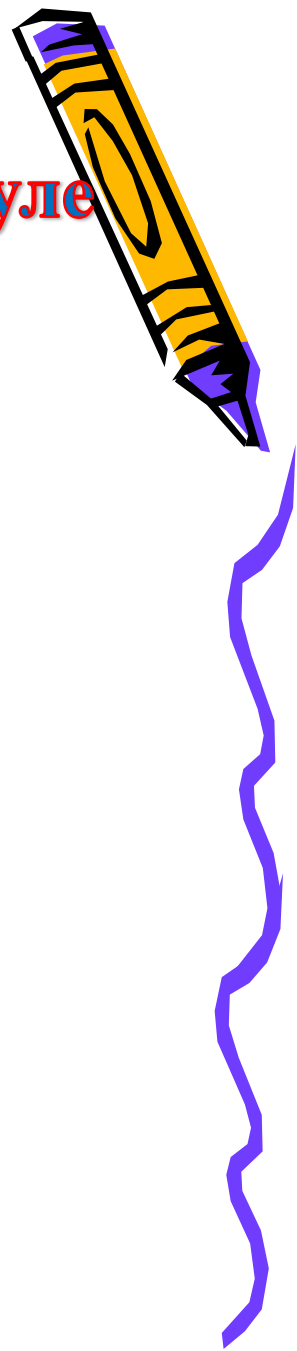
$$ax^2 = vx, \quad ax^2 = c, \quad ax^2 + c = vx, \quad ax^2 + vx = c, \quad vx + c = ax^2.$$

(a, v, c – положительные числа).

Общее правило решения квадратных уравнений, приведенных к виду $x^2 + vx = c$, было сформулировано немецким математиком М. Штифелем (1487-1567). После трудов нидерландского математика А. Жирара (1595-1632), а также Декарта и Ньютона способ решения квадратных уравнений принял современный вид.



Решение квадратных уравнений по формуле



$$x^2 - 3$$

1) $\frac{x^2 - 3}{2} - 6x = 5.$

2

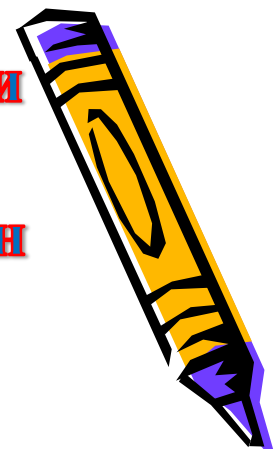
2) $(x-2)^2 = 3x-8.$

3) $x^2 + 9x + 14 = 0.$

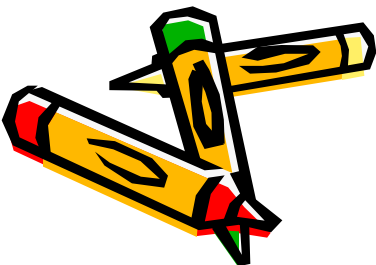
4) $10x^2 = 0,6 - 5x.$



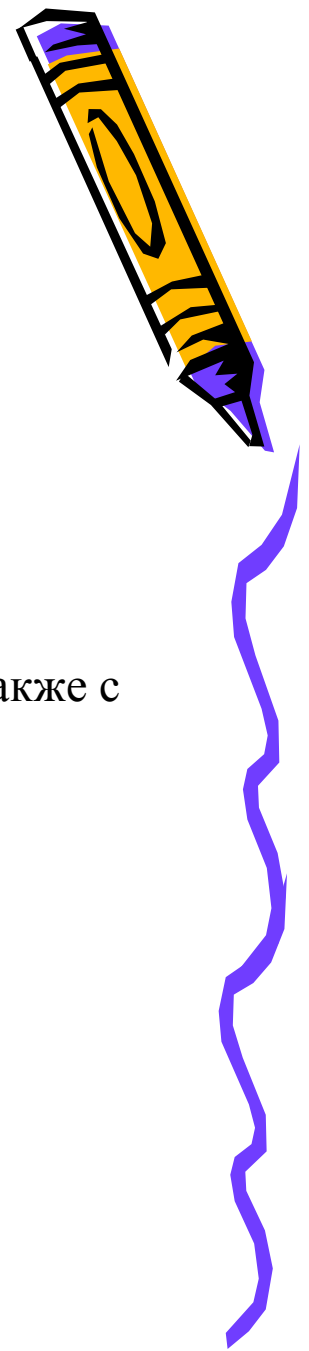
Зависимость между коэффициентами и корнями квадратного уравнения (коэффициент при квадрате неизвестного должен быть положительным)



Знаки коэффициентов			Знаки корней
$a > 0$	$b > 0$	$c < 0$	Разные: больший по абсолютной величине отрицателен
$a > 0$	$b < 0$	$c < 0$	Разные: больший по абсолютной величине положителен
$a > 0$	$b > 0$	$c > 0$	Одинаковые: оба отрицательные
$a > 0$	$b < 0$	$c > 0$	Одинаковые: оба положительные



ЗАДАНИЕ. ДОКАЖИТЕ, ЧТО ПРИ ЛЮБОМ ЗНАЧЕНИИ К
УРАВНЕНИЕ $3y^2 - ky - 2 = 0$ ИМЕЕТ ДВА КОРНЯ.



Необходимость решать уравнения ещё в древности была вызвана потребностью решать задачи, связанные с нахождением площадей земельных участков и с земляными работами военного характера, а также с развитием астрономии и самой математики.



Домашнее задание



- №540а, №544б.
- *Не решая уравнение, определить имеет ли оно корни или нет, определить знаки корней, если знаки разные, назвать знак большего по модулю корня:*
 - а) $4x^2-7x-11=0$;
 - б) $x^2+2x-15=0$;
 - в) $x^2+3x+9=0$.
- *Задача:*

К Новому году в семье Ивановых каждый приготовил подарок, каждому из остальных членов семьи. Всего под елкой оказалось 30 подарков. Сколько членов в семье Ивановых?

